BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht

Titel: Meeresspiegelanstieg

Einordnung gemäß Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklungen:

Globales Entwicklungsziel	**SDG 13:** Die Aufklärung und Sensibilisierung sowie die personellen und institutionellen Kapazitäten im Bereich der Abschwächung des Klimawandels, der Klimaanpassung, der Reduzierung der Klimaauswirkungen sowie der Frühwarnung verbessern
Kernkompetenzen Lernende können …	**Erkennen** 1.3 … Daten zu ausgewählten Fragestellungen der globalen Entwicklung und zum Nachhaltigkeitsprozess beschaffen und problemorientiert darstellen. 3.2 … durch Modellbildung Prognosen für die künftige globale Entwicklung erstellen und ihre Verlässlichkeit abschätzen. **Bewerten** 6.3 …Darstellungen von Daten und Prognosen zu Fragen der globalen Entwicklung kritisch beurteilen und ihre Verlässlichkeit hinterfragen. **Handeln** 8.2 … sich in ihrem Denken zu eigen machen, dass man mit mathematischen Aussagen, Analysen und Prognosen zur Strukturierung und Meinungsbildung beitragen und persönliche Mitverantwortung für eine nachhaltige Entwicklung wahrnehmen kann.
mathematische Inhalte	Änderungsrate, Beschleunigung, lineare und quadratische Trendfunktionen
einsetzbar ab	Jahrgangsstufe 11/12 (Oberstufe)

Zusammenfassung

BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht

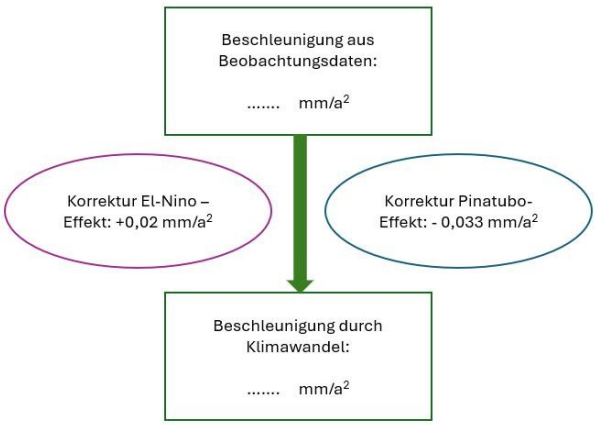
Titel: Meeresspiegelanstieg

Der Meeresspiegel steigt jedes Jahr etwas schneller - und der Zuwachs könnte bis zum Jahr 2100 mehr als das Doppelte bisheriger Prognosen erreichen. Das haben Wissenschaftler anhand von Satellitenmessungen errechnet. Seit 1993 stieg der Meeresspiegel im weltweiten Durchschnitt jährlich um etwa 3 Millimeter.
Die nun gemessene Beschleunigung könnte dazu führen, dass der Anstieg im Jahr 2100 zehn Millimeter pro Jahr beträgt. Das berichtet die Forschergruppe um Steve Nerem von der University of Colorado in Boulder. Bis zum Ende des Jahrhunderts könnte demnach der Durchschnittspegel an den Küsten um 65 Zentimeter höher liegen als 2005.
Die Wissenschaftler berücksichtigten verschiedene Faktoren, die den globalen Meeresspiegel beeinflussen, wie z.B. das Klimaphänomen El Nino im Pazifik. Nach Berücksichtigung aller Daten errechnete das Team eine jährliche Beschleunigung des Globalen Meeresspiegelanstiegs um 0,08 Millimeter.
(nach Frankfurter Rundschau vom 17.2.2018)

Aufgaben

a) In dem obigen Text sind verschiedene Größen erwähnt (eine mit einer falschen Einheit): die Meeresspiegelhöhe (in Bezug auf einen festen Nullpunkt), die jährliche Steigerung und die Beschleunigung. Geben Sie zu allen drei Größen passende Einheiten an und beschreiben Sie, wie sie zusammenhängen.
b) Der Meeresspiegelanstieg hängt zum einen von der Masse des abschmelzenden Festlandeises ab. Zum anderen ist die steigende Wassertemperatur dafür verantwortlich. Erkläre beides.
c) Die von Nerem genutzten Beobachtungsdaten finden Sie in der Datei *gsml_global.xlsx*. Angegeben sind die Unterschiede zur Durchschnittshöhe von 2005 (Mitte der Zeitreihe).
    i. Stellen Sie die Datenwolke in geeigneter Weise da.
    ii. Lassen Sie eine lineare und eine quadratische Trendfunktion anzeigen und prüfen Sie, welche den zeitlichen Verlauf besser beschreibt.
    iii. Begründen Sie, dass aufgrund der Informationen im Zeitungstext die lineare Variante nicht in Frage kommt.

d) In der Studie wurde die Beschleunigung noch korrigiert, um den tatsächlichen Effekt des Klimawandels herauszuarbeiten (siehe Grafik). Korrigieren Sie ihre Berechnungen aus c) in gleicher Weise und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Angabe im Text oben.



e) Schätzen Sie auf der Basis Ihrer Berechnungen den Meeresspiegelanstieg bis 2100 ab.

f) Um zu prüfen, ob der Trend auch noch nach dem Untersuchungszeitraum anhält, können die neueren Daten von der University of Colorado (bis 2025) verglichen werden. Sie finden die Daten gegenübergestellt in der Datei *gmsl_vergleich_Nerem_2018_2025.xlsx*. Da sich die neueren Daten aber auf das Bezugsjahr 1996 statt auf 2005 beziehen, müssen Sie erst vergleichbar gemacht werden.

   i. Stellen Sie zunächst beide Zeitreihen in einer Grafik dar. Überlegen Sie, wie man sie vergleichbar machen könnte.
   Hilfe: Die im Feld G1 eingetragene Zahl verschiebt die älteren Daten um die entsprechende Anzahl Millimeter.

   ii. Prüfen Sie per Augenmaß, ob der in c) berechnete Trend anhält. Ermitteln Sie ggf. einen neuen Schätzwert für 2100 und vergleichen Sie ihn mit dem Wert in dem Zeitungsbericht.

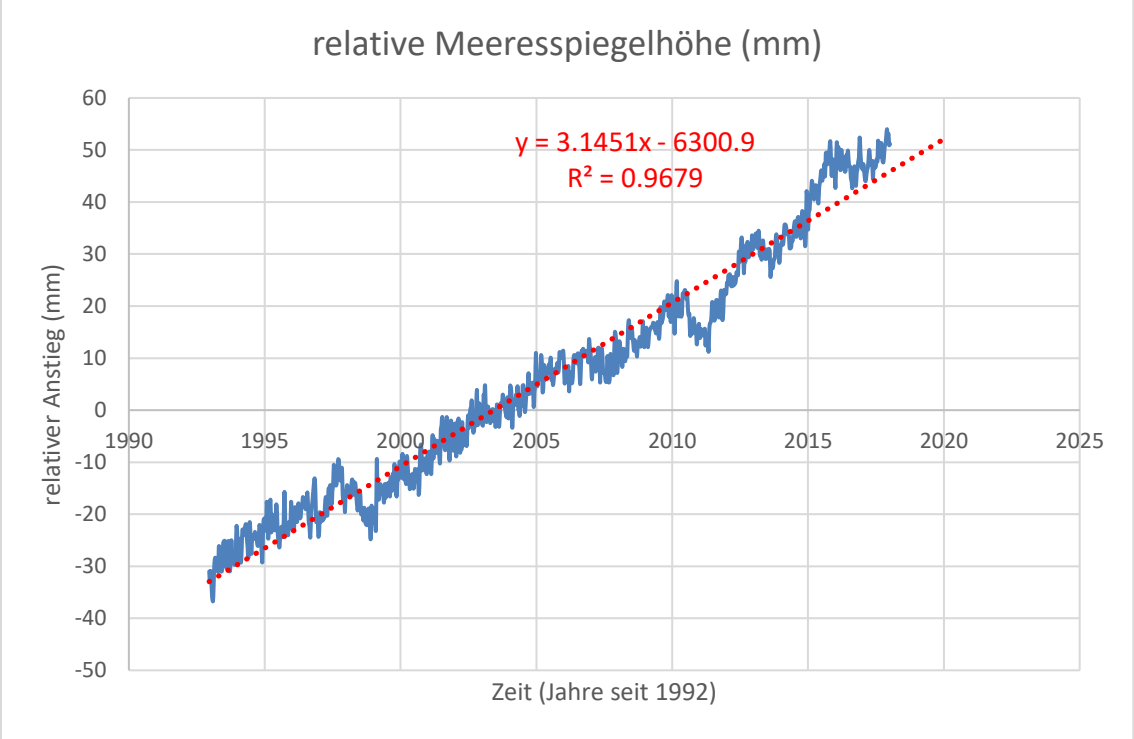
BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht

Lösungen

a) Die Meeresspiegelhöhe im Vergleich zu 2005: Einheit mm,
der jährliche Anstieg des Meeresspiegels: Einheit mm/Jahr,
die jährliche Beschleunigung des Globalen Meeresspiegelanstiegs: Einheit: mm/Jahr^2.
Für letztere ist im Zeitungsartikel eine falsche Einheit angegeben.
Der Anstieg ist die Änderungsrate der Meeresspiegelhöhe (1. Ableitung), die Beschleunigung die Änderungsrate der Änderungsrate (2. Ableitung).

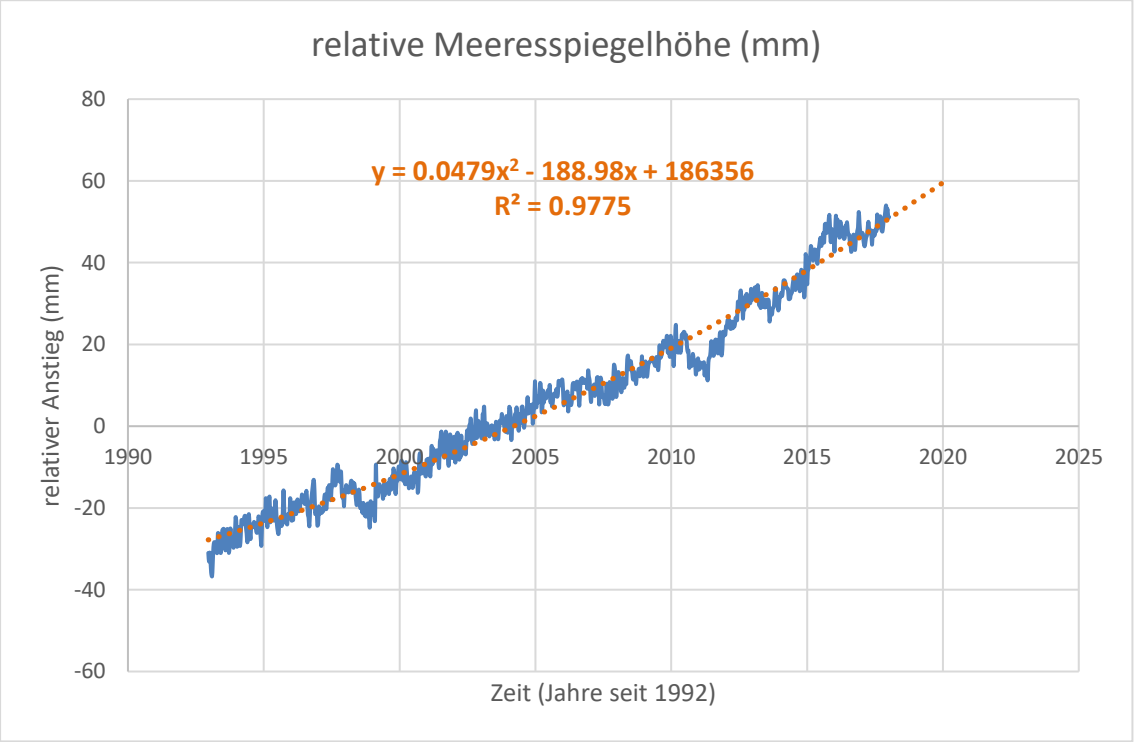
b) Das abschmelzende Festlandeis erhöht – im Gegensatz zum schmelzenden Eis in den Meeren – die Wassermenge in den Meeren, deswegen steigt der Meeresspiegel an. Das Meerwasser ist in der Regel nicht kälter als 4 °C. Steigt die Temperatur des Meerwassers an, dann dehnt sich das Wasser aus und nimmt ein größeres Volumen ein. Der Meeresspiegel steigt.

c) i + ii) Die Datenwolke mit linearer Trendfunktion:



Das Bestimmtheitsmaß R^2 liegt recht nahe bei 1 (gute Anpassung), aber ab 2015 etwa scheinen die Daten nach oben abzuweichen.

Die Datenwolke mit quadratischer Trendfunktion:



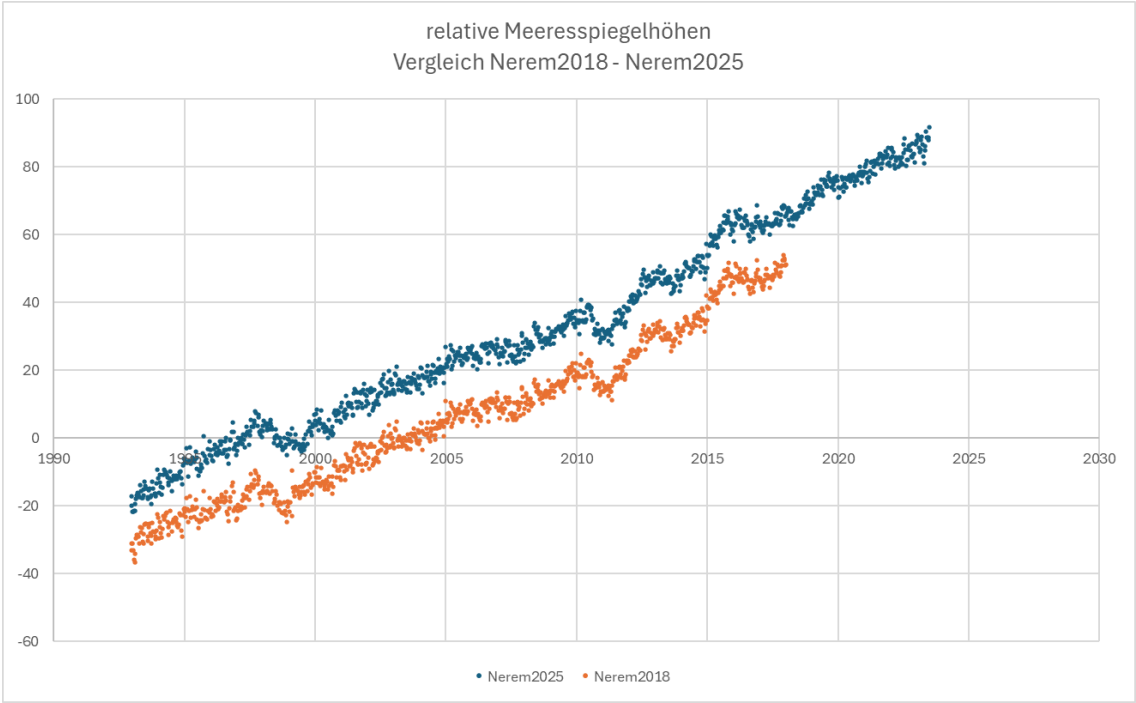
Das Bestimmtheitsmaß ist noch ein bisschen größer, nach Augenmaß passt die Trendfunktion gut zur Datenwolke.

iii) Wenn die Forscher eine Beschleunigung von 0,08 mm/Jahr^2 berechnet haben, kann es sich nicht um eine lineare Funktion handeln, weil deren Beschleunigung Null ist.

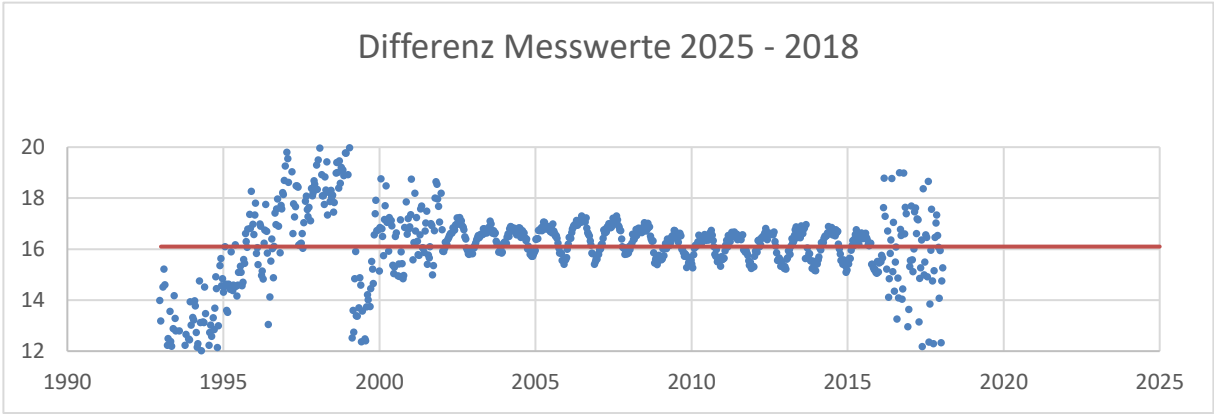
d) Da die Beschleunigung der 2. Ableitung entspricht, ergibt sich aus der quadratischen Trendfunktion eine Beschleunigung von $2 \cdot 0{,}0479$ mm/Jahr^2 = 0,0958 mm/Jahr^2. Der El-Nino-Effekt erhöht offensichtlich die Beschleunigung (höhere Wassertemperaturen = größeres Volumen), der Pinatubo-Ausbruch 1991 hat den gegenteiligen Effekt (globale Lufttemperatur sinkt, Wassertemperaturen sinken). Damit erhält man als Beschleunigung aufgrund des Klimawandels: (0,0958 + 0,02 - 0,033) mm/Jahr^2 = 0,0828 mm/Jahr^2. Das passt zur Angabe im Zeitungsbericht.

e) Mithilfe der quadratischen Funktion $f(t) = 0{,}0479\ t^2 – 188{,}98\ t + 186\ 356$ kann man eine Prognose für 2100 berechnen. $f(2100) \approx 737$ mm. Der Meeresspiegel sollte danach rund 74 cm höher liegen als 2005. Der Wert liegt höher als der der Studie, weil hier mit den nicht korrigierten Werten gerechnet wurde.

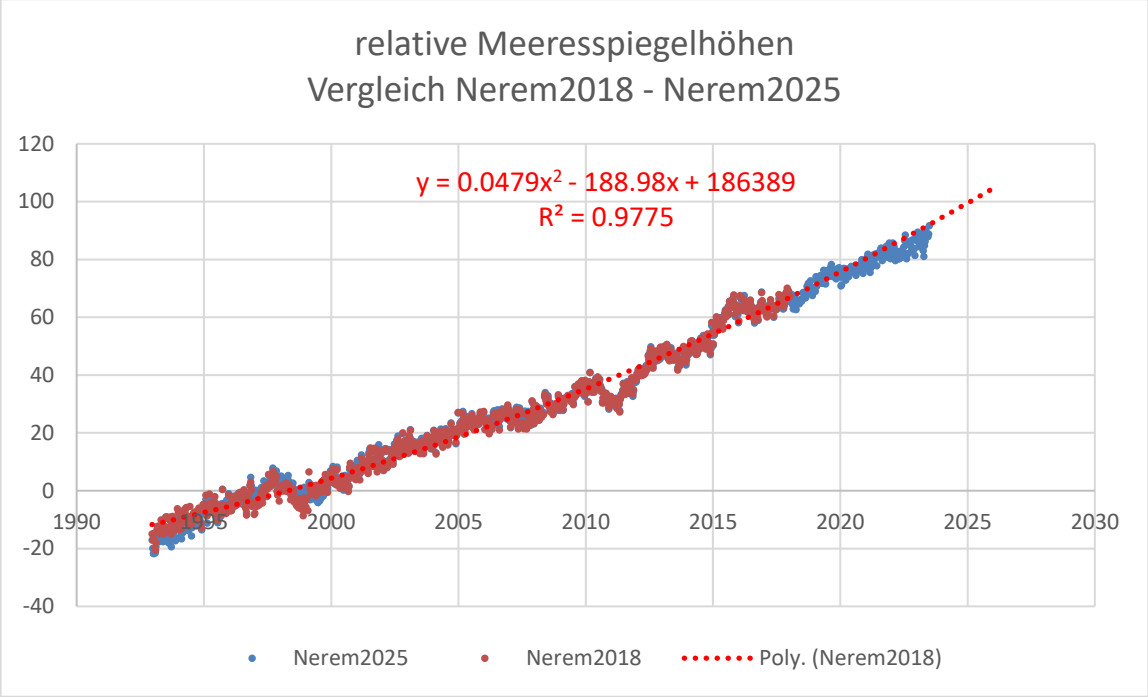
f) Da den beiden Messreihen Meeresspiegelhöhen zu unterschiedlichen Bezugsjahren zugrunde liegen, kann man eine Zeitreihe soweit nach oben oder unten verschieben, dass die Datenpunkte weitgehend übereinander liegen.



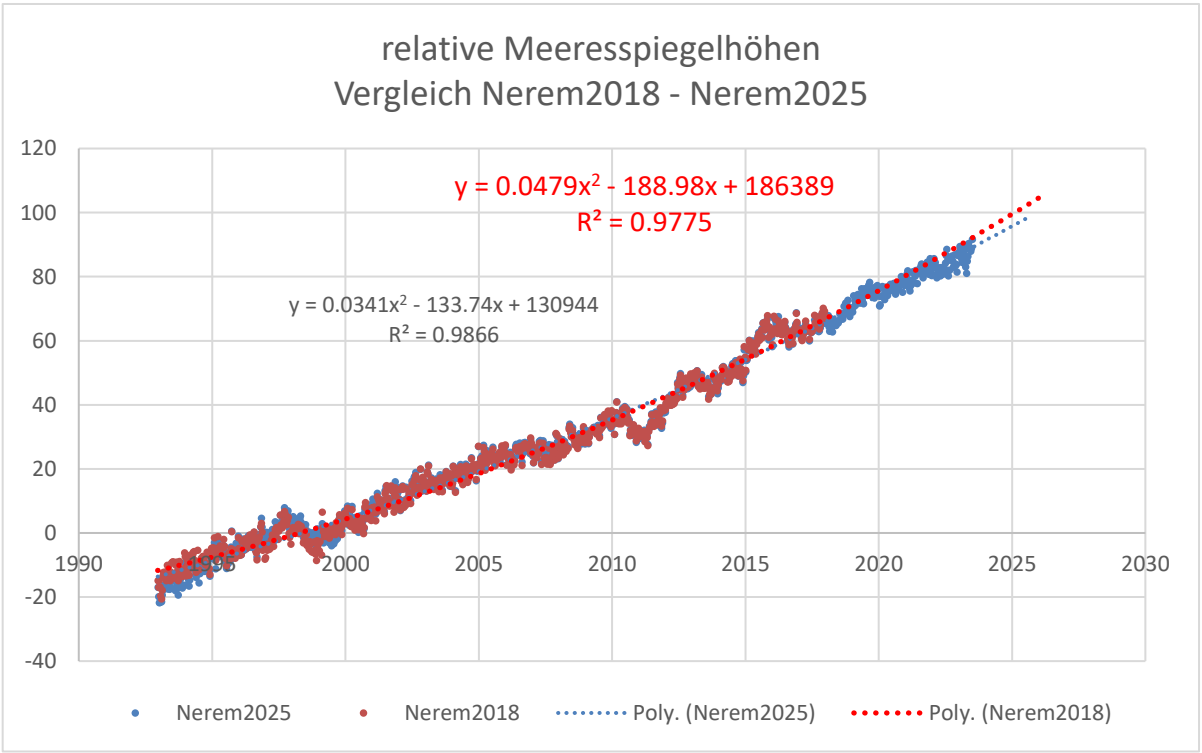
Das kann per Augenmaß geschehen oder – besser, indem man die Differenz entsprechender Messwerte betrachtet. Die nachfolgende Grafik zeigt die Differenzen und den eingezeichneten Durchschnittswert von 16,1 mm.



In der nachfolgenden Grafik sieht man, dass die Messwerte ab 2018 nicht mehr ganz gut zur quadratischen Trendfunktion passen.



Die quadratische Trendfunktion zu den neuen Messwerten bestätigt den Eindruck. Die Beschleunigung beträgt nun – unkorrigiert – nur noch 0,0682 mm/Jahr^2.. Der Anstieg verläuft also immer noch quadratisch, aber mit einer etwas kleineren Beschleunigung.



Setzt man t = 2100 in die neue Trendfunktion (grau) ein, so erhält man einen neuen Schätzwert für die Meeresspiegelerhöhung für 2100 von 47,1 cm. Der liegt niedriger als im Zeitungsbericht angegeben und auch 26,6 cm niedriger als auf der Basis der Beobachtungsdaten bis 2018 berechnet. Das heißt nicht, dass wir uns keine Sorgen

mehr machen müssen, denn er liegt immer noch deutlich über der Erhöhung, die man bei einem – bisher angenommenen - linearen Anstieg von 3,15 mm pro Jahr hätte (rund 30 cm).