BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht

Titel: Was Männern passt, hat allen zu passen …

Einordnung gemäß Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklungen:

Globales Entwicklungsziel	**SDG 5:** Alle Formen der Diskriminierung von Frauen und Mädchen überall auf der Welt beenden
Kernkompetenzen Lernende können …	**Erkennen** 1.2 … grafische Darstellungen und Tabellen mit Daten zu globalen Fragen verstehen und auswerten. 4.2 … die Bedeutung und die Konsequenzen mathematischer Modellierungen für Handlungsebenen globaler Entwicklung vom Individuum bis zur Weltebene beschreiben. **Bewerten** 6.2 … die Auswahl mathematischer Modelle zu Fragen der globalen Entwicklung sowie die Aussagekraft der erzeugten Daten vor dem Hintergrund gesellschaftlicher Interessen und der internationalen Konsensbildung (z. B. auf Weltkonferenzen) interpretieren. **Handeln** 11.2 … mithilfe mathematischer Mittel Folgen und Wirksamkeit ihrer eigenen Handlungen hinsichtlich der Ziele nachhaltiger Entwicklung abschätzen und korrigieren.
mathematische Inhalte	Stochastik, Normalverteilung
einsetzbar ab	Jahrgangsstufe 12

Zusammenfassung

In dieser Aufgabe wird am Beispiel der Konstruktion von Keyboards (Klavieren) aufgezeigt, dass nur männliche Maße bei den Abmessungen berücksichtigt wurden. Erst der Protest eines (berühmten) männlichen Pianisten mit kleiner Handspanne führte dazu, dass Keyboards entwickelt wurden, die auch den Handmaßen von Frauen gerecht werden. Mathematisch geht es um Stochastik und normalverteilte Zufallsgrößen.

Die Idee zur Aufgabe stammt aus „Unsichtbare Frauen“ – 8: Was Männern passt, hat allen zu passen, S. 217ff

BNE-Aufgaben für den Mathematikunterricht

Titel: Was Männern passt, hat allen zu passen …

Etwa 1880 wurde die Klaviatur weitgehend normiert: Eine Oktave hatte seitdem eine Breite von 6,5 inch (ca. 16,5 cm) und die Klaviatur insgesamt einen Standardumfang von 88 Tasten. 1998 beschwerte sich der Pianist Christopher Donison, dass er mit einer relativ kleinen Handspanne viele Probleme mit der Standard-Klaviatur habe. In der Standardausgabe ist eine Oktave 18,8 cm breit. Diese Probleme teilte er mit vielen Pianistinnen.
Als Donison den Textilunternehmer David Steinbuhler traf, entwickelten sie zusammen Klaviaturen mit kleineren Abständen, u.a. eine Variante, bei der der Oktave-Abstand genau 1 inch = 2,54 cm kleiner war. Weiterführende Informationen finden Sie unter https://dsstandardfoundation.org/the-standards/#ratio.

Beim Music Teacher National Assoziation (MTNA) 2004 wurden die Handspanne von 66 männlichen und 90 weiblichen Musiklehrenden gemessen. Die Daten sind in der nachfolgenden Tabelle dargestellt.

Tabelle: Maximale Handspanne von Pianist*innen

	Minimum	Unteres Quartil	Median	Oberes Quartil	Maximum
Männlich	19,6	21,6	22,6	23,6	25,9
Weiblich	17,8	19,1	20,1	20,8	23,6
Quelle: RB Boyle, RG Boyle: Hand Size and the Piano Keyboard. Literature Review and a Survey of the Technical and Musical Benefits forPianists using Reduced-Size Keyboards in North America, Australasian Piano Pedagogy Conference, 2009					

Aufgaben

a) Beantworten Sie auf der Basis der Werte in der Tabelle die folgenden Fragen:
   i. Welche Handspanne erreichen ein Viertel der Pianistinnen nicht?
   ii. Welche Handspanne überschreiten 25 % der Pianisten?
   iii. Um wie viel Zentimeter unterscheiden sich die mittleren Handspannen von Frauen und Männern?

b) Bestimmen Sie zu den Handspannenverteilungen der Frauen und Männer passende Normalverteilungen. Gehen Sie dabei davon aus, dass der Erwartungswert jeweils symmetrisch zwischen den Werten von oberem und unterem Quartil liegt. Stellen Sie beide in einer Grafik dar. Hinweis: x-Achse: Handspannen von 17 – 27 cm.

c) Bei einer normalen Klaviatur sollte man wenigstens eine Handspanne von 21,6 cm haben, um eine Oktave relativ entspannt spielen zu können. Berechnen Sie, wie viel Prozent der Männer und Frauen unter Annahme einer Normalverteilung diesen Wert überschreiten.

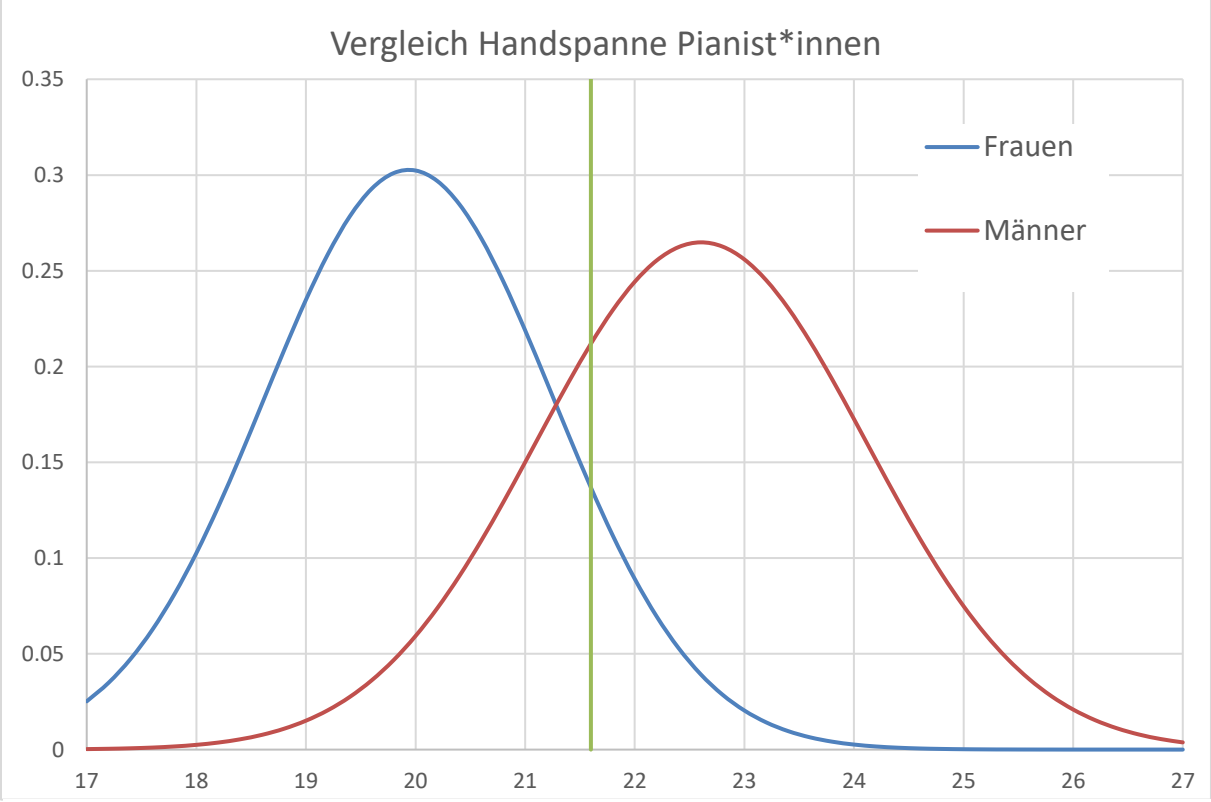
d) Nehmen Sie an, dass bei der Variante die Handspanne für bequemes Spielen 21,6 – 2,5 cm = 19,1 cm beträgt. Berechnen Sie die Prozentangaben aus Teilaufgabe c) neu.

e) Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen dem Titel des Arbeitsblattes und dem globalen Entwicklungsziel 5 (Unterziel 5.1: Alle Formen der Diskriminierung von Frauen und Mädchen überall auf der Welt beenden).

Lösungen

a) weiblich: Minimum 17,8 cm, 1. Quartil: 19,1 cm, Median: 20,0 cm, oberes Quartil: 20,8 cm, Maximum: 22,7 cm.
männlich: Minimum 19,7 cm, 1. Quartil: 21,7 cm, Median: 22,5 cm, oberes Quartil: 23,6 cm, Maximum: 25,9 cm.
i) Ein Viertel der Pianistinnen erreichen die Handspanne von 19,1 cm nicht.
ii) Ein Viertel der Pianisten überschreiten 23,6 cm.
iii) 22,5 cm – 20 cm = 2,5 cm.

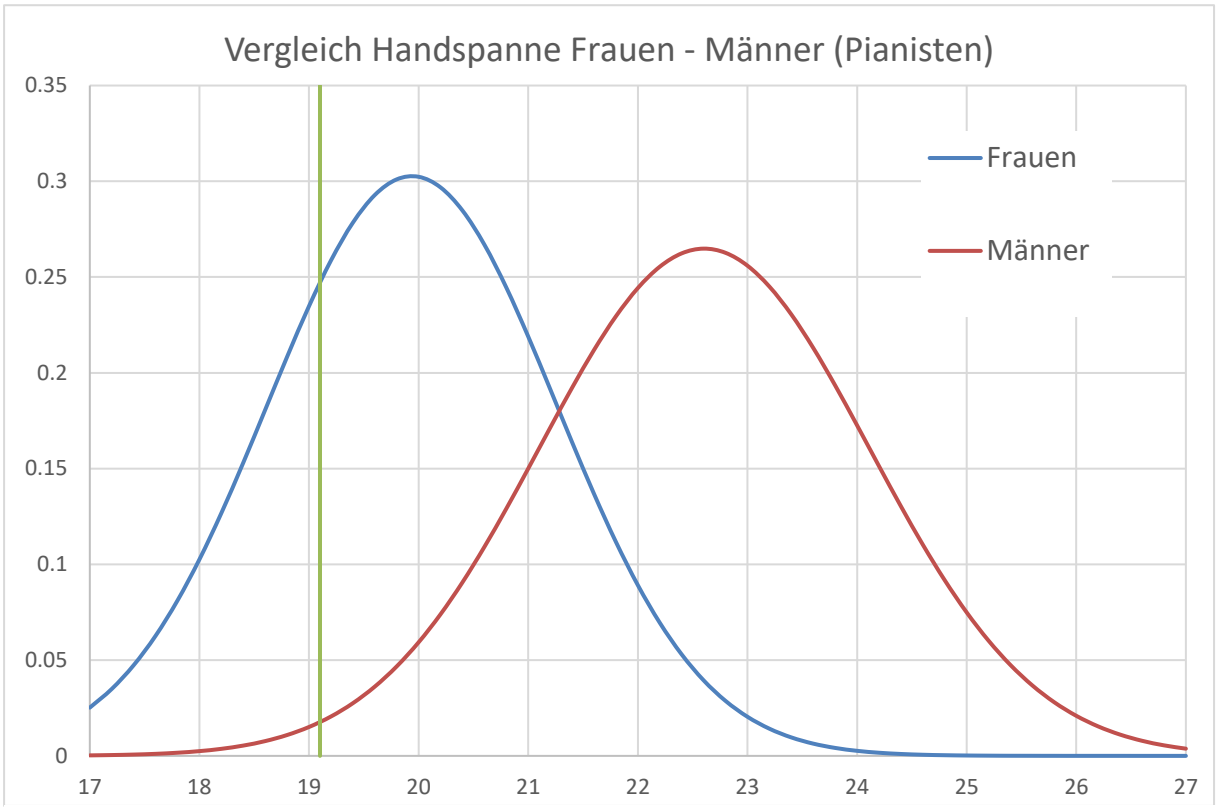
b) Bei den Männern ist $\mu = 22{,}6$ cm (entspricht dem Median), bei den Frauen gilt: $\mu = (20{,}8 + 19{,}1)/2$ cm = 19,95 cm (also knapp unter dem Median).
Die entsprechenden Standardabweichungen ergeben sich aus den folgenden Gleichungen:
Frauen: $0{,}25 = \Phi(19{,}1) = \Phi_{0,1}((19{,}1 - 19{,}95)/\sigma)$,
da $\Phi^{-1}{}_{0,1}(0{,}25) \approx -0{,}675$ ist, gilt: $(19{,}1 - 19{,}95)/\sigma \approx -0{,}675 \Rightarrow \sigma \approx 1{,}26$ cm;
mit den genauen Werten (siehe Excel-Datei) gerechnet, erhält man 1,32 cm.
Männer: $0{,}25 = \Phi(21{,}6) = \Phi_{0,1}((21{,}6 - 22{,}6)/\sigma)$,
da $\Phi^{-1}{}_{0,1}(0{,}25) \approx -0{,}675$ ist, gilt: $(21{,}6 - 22{,}6)/\sigma \approx -0{,}675 \Rightarrow \sigma \approx 1{,}48$ cm;
mit den genauen Werten gerechnet, erhält man 1,51 cm.



Die grüne Linie markierte die „bequeme“ Handspanne von 21,6 cm.

c) Männer: $\Phi(21{,}6) = \Phi_{0,1}((21{,}6 - 22{,}6)/1{,}48) \approx 0{,}259$, d.h. rund 25,9 % der Männer haben kleinere Handspannen als 21,6 cm.
Frauen: $\Phi(21{,}6) = \Phi_{0,1}((21{,}6 - 19{,}95)/1{,}26) \approx 0{,}905$, d.h. rund 90,5 % der Frauen haben kleinere Handspannen als 21,6 cm.

d)



Die grüne Linie markierte die neue „bequeme“ Handspanne von 19,1 cm.

Männer: $\Phi(19{,}1) = \Phi_{0,1}((19{,}1 - 22{,}6)/1{,}48) \approx 0{,}009$, d.h. rund 0,9 % der Männer haben kleinere Handspannen als 19,1 cm.
Frauen: $\Phi(19{,}1) = \Phi_{0,1}((19{,}1 - 19{,}95)/1{,}26) \approx 0{,}250$, d.h. rund 25,0 % der Frauen haben kleinere Handspannen als 19,1 cm.

e) Weibliche Körpermaße spielten bei der Festlegung der Standard-Klaviatur keine Rolle. Das benachteiligt Pianistinnen, die größere Probleme haben, bestimmte Klavierstücke zu spielen und danach auch deutlich größere Schmerzen haben als Pianisten. Damit haben wir hier eine Diskriminierung von Frauen, der durch die Erfindung der 7/8-DS-Version – auf die Beschwerde eines Mannes – entgegengewirkt wurde. Nun können immerhin fast drei Viertel der Frauen bequem die Oktave spielen.